



XII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy drugie

12 czerwca 2021 r.

1. Punkty A, B, C są wierzchołkami trójkąta, przy czym $|AB| > |AC| > |BC|$. Ile jest punktów D takich, że czworokąt o wierzchołkach A, B, C, D ma oś symetrii? *Odpowiedź dokładnie uzasadnij.*

2. Liczby rzeczywiste a, b, c są takie, że układ równań

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ bx^2 + cx + a = 0 \\ cx^2 + ax + b = 0 \end{cases}$$

ma rozwiązanie całkowite x . Udowodnij, że $a + b + c = 0$.

3. W trójkącie ABC długości boków AC i BC są równe. Punkt X jest odbiciem punktu A względem C . Odcinek XB przecina okrąg opisany na ABC w punkcie Y . Uzasadnij, że kąt YCX jest prosty.

4. Danych jest 100 patyczków o długościach naturalnych. Wiadomo, że suma ich długości nie jest podzielna przez 2021. Ustal, ile najwięcej różnych liczb podzielnych przez 2021 można ułożyć z tych patyczków.

Mówimy, że liczbę n można ułożyć z patyczków, jeśli suma długości pewnej części z nich jest równa n . Umawiamy się, że liczbę 0 zawsze można ułożyć z patyczków.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 16 czerwca 2021 r.
6. Ze względów organizacyjno-sanitarnych tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.