



XIV Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy drugie

28 maja 2022 r.

1. Spośród ośmiu wierzchołków sześcianu wybrano cztery i połączono je krawędziami. Ile różnych (nieprzystających) czworościanów można w ten sposób uzyskać? Odpowiedź uzasadnij.

2. W pola $\square$ poniżej wstawiamy jeden ze znaków $<$ lub $>$

$$a + b \square c, \quad b + c \square a, \quad c + a \square b.$$

Na ile sposobów można to uczynić tak, by otrzymany układ nierówności miał rozwiązanie w liczbach dodatnich a, b, c ? Odpowiedź uzasadnij.

3. Niech d będzie dodatnią liczbą całkowitą. Wykaż, że w ciągu arytmetycznym

$$d + 1, 2d + 1, 3d + 1, \dots, nd + 1, \dots$$

jest nieskończenie wiele liczb złożonych.

4. Liczby całkowite dodatnie p, q, r, a, b, c są takie, że każde z równań kwadratowych

$$px^2 + qx + a = 0, \quad qx^2 + rx + b = 0, \quad rx^2 + 8px + c = 0$$

ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty i każdy z tych pierwiastków jest całkowity. Pokaż, że wszystkie te trzy pierwiastki są równe.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadania należy przepisać jego tekst na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 1 czerwca 2022 r.
6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 10 czerwca 2022 r.