



XV Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy drugie

18 marca 2023 r.

1. Wyznacz wszystkie trzycyfrowe liczby całkowite dodatnie $\overline{abc}$ takie, że

$$2 \cdot \overline{abc} = \overline{cab} + \overline{bca}.$$

Odpowiedź uzasadnij.

2. Liczby rzeczywiste $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ należą do przedziału $[-1, 1]$ i ich suma jest równa

1. Wyznacz możliwie największą wartość sumy kwadratów $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2023}^2$.

3. Wybrano 33 różne liczby całkowite dodatnie, przy czym żadna z nich nie ma dzielnika pierwszego większego od 11. Wykaż, że wśród wybranych liczb istnieją dwie różne liczby x, y takie, że xy jest kwadratem liczby całkowitej.

4. Na płaszczyźnie wybrano 2023 punkty w ten sposób, że dla dowolnych trzech punktów A, B, C spośród wybranych zachodzi nierówność $AB \neq AC$. Następnie połączono odcinkiem każdy punkt z punktem mu najbliższym. Jaka jest możliwie największa liczba odcinków wychodzących z jednego punktu? Odpowiedź uzasadnij.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 21 marca 2023 r.
6. W tym roku tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.