



XII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

12 czerwca 2021 r.

1. Wyznacz wszystkie możliwe wartości n dla których po zsumowaniu n początkowych liczb naturalnych $1, 2, \dots, n$ otrzymujemy trzycyfrową liczbę mającą jednakowe cyfry. *Odpowiedź dokładnie uzasadnij.*
2. Liczby pierwsze p, q, r są takie, że liczby p^{q^r}, q^{r^p} oraz r^{p^q} są kwadratami liczb naturalnych. Ile wynosi $p + r + q$? *Odpowiedź dokładnie uzasadnij.*
Uwaga: potęgi są tutaj bez nawiasów, np. $10^{3^2} = 10^9 = 1000000000$.
3. Kąty ABC oraz ADC w czworokącie wypukłym $ABCD$ są proste. Punkt E jest rzutem A na odcinek BD . Pokaż, że kąty EAD oraz CAB mają równe miary.
4. Na tablicy zapisano $3n$ liczb: n jedynek, n dwójek i n trójek. W każdym ruchu ścieramy dwie ze znajdujących się na tablicy liczb i zapisujemy na tablicy ich iloczyn lub ich sumę (wedle wyboru). Po $3n - 1$ krokach na tablicy zostaje jedyna liczba A . Jaka największą liczbę A możemy w ten sposób uzyskać? *Odpowiedź dokładnie uzasadnij.*
Poprawna odpowiedź bez uzasadnienia będzie oceniana na 2 punkty (w skali do 6 pkt).

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 16 czerwca 2021 r.
6. Ze względów organizacyjno-sanitarnych tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.