



## Podlaski Konkurs Matematyczny

### Zadania konkursowe - klasy pierwsze

14 maja 2005 r.

1. Wyznaczyć wszystkie takie ciągi  $(x, y, z)$  trzech liczb rzeczywistych, że każdy wyraz ciągu jest równy kwadratowi różnicy dwóch pozostałych wyrazów.

2. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  część całkowita liczby

$$\frac{n^2 + n}{3}$$

jest parzysta.

3. W równoległoboku  $ABCD$  punkt  $E$  jest środkiem boku  $\overline{CD}$ , a  $F$  jest takim punktem leżącym na boku  $\overline{AB}$ , że  $|AF| : |FB| = 3 : 1$ . Wykazać, że  $|AF| = |EF|$  wtedy i tylko wtedy, gdy proste  $AE$  i  $BD$  są prostopadłe.

4. Zbiór  $A$  składa się z sześciu liczb naturalnych, wśród których nie ma trzech liczb parami względnie pierwszych. Udowodnić, że  $A$  zawiera trzy liczby, spośród których każde dwie mają wspólny dzielnik większy od 1. Czy można twierdzić, że  $A$  zawiera trzy liczby mające wspólny dzielnik większy od 1 ?

#### Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://www.ptm.pb.bialystok.pl> w dniu 18 maja 2005r.