



III Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

28 maja 2011 r.

1. Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite x, y takie, że $4x + (x + 1)^2 = y^2$.
2. W sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ wpisanym w okrąg zachodzą równości: $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$. Udowodnić, że przekątne AD , BE , CF tego sześciokąta przecinają się w jednym punkcie.
3. W pola kwadratowej tablicy 2011×2011 wpisano liczby całkowite. Suma wpisanych liczb jest parzysta. Wykazać, że kolumny tej tablicy można tak poprzestawiać, że suma liczb stojących na przekątnej (od lewego dolnego wierzchołka do prawego górnego wierzchołka) jest parzysta.
4. Liczby całkowite a, b spełniają nierówności

$$b > a^3 \text{ oraz } a + 1 > (b - 1)^2.$$

Jakie wartości może przyjąć różnica $b - a$? Odpowiedź uzasadnić.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://konkurs.ptm.pb.edu.pl/> w dniu 1 czerwca 2011 r.