



IV Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

26 maja 2012 r.

1. Współczynniki rzeczywiste a, b, c trójmianu ax^2+bx+c spełniają zależność $\frac{a}{3}+\frac{b}{2}+c=0$. Udowodnić, że jeśli $a \neq 0$, to równanie $ax^2+bx+c=0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste.

2. Przekątne czworokąta wypukłego $ABCD$ wpisanego w okrąg przecinają się w punkcie P . Okrąg przechodzący przez punkty A, B, P przecina odcinek BC w punkcie E ($E \neq B$). Udowodnić, że jeśli $AB=AD$, to $CE=CD$.

3. Udowodnić, że z nieskończonego ciągu liczb naturalnych

$$1, 11, 111, 1111, 11111, \dots$$

którego n -ty wyraz jest równy $\underbrace{11\dots1}_n$, można wybrać nieskończenie wiele różnych wyrazów, z których każde dwa są liczbami względnie pierwszymi.

Uwaga. Liczby całkowite a i b nazywamy względnie pierwszymi, jeżeli jedyną liczbą naturalną dzielącą a i b jest 1.

4. Wielokąt wypukły \mathcal{F} ma dokładnie dwie osie symetrii. Udowodnić, że są one prostopadłe.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://konkurs.ptm.pb.edu.pl/> w dniu 29 maja 2012 r.