



Podlaski Konkurs Matematyczny

Zadania konkursowe - klasy drugie

14 maja 2005 r.

1. Niech $\{a_n\}$ będzie ciągiem określonym wzorem

$$a_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}, \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Niech A będzie zbiorem wszystkich możliwych iloczynów różnych wyrazów tego ciągu. Czy zbiór A jest ograniczony z góry? Odpowiedź uzasadnić.

2. Wykazać, że jeśli p_1, p_2, \dots, p_{56} są liczbami pierwszymi większymi od 7, to liczba

$$p_1^6 + p_2^6 + \dots + p_{56}^6$$

jest podzielna przez 56.

3. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, którego wierzchołki należą do pewnego okręgu i $|BC| = |CD|$. Niech $|AB| = x$, $|AD| = y$, $|AC| = z$. Udowodnić, że

$$z > \frac{x+y}{2}$$

oraz wyznaczyć pole tego czworokąta w zależności od x, y i z .

4. W każde pole kwadratowej tablicy 8×8 wpisano po jednej liczbie w taki sposób, że w każdym wierszu i w każdej kolumnie wpisane liczby tworzą ciągi arytmetyczne. Suma liczb wpisanych w cztery narożne pola tablicy jest równa S . Wyznaczyć sumę wszystkich wpisanych liczb.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://www.ptm.pb.bialystok.pl> w dniu 18 maja 2005r.