



Podlaski Konkurs Matematyczny

Zadania konkursowe - klasy drugie

27 maja 2006 r.

1. Niech A będzie zbiorem wszystkich liczb sześciocyfrowych o niezerowych cyfrach i takich, że suma trzech pierwszych cyfr jest równa sumie trzech ostatnich. Na przykład, liczba 232115 jest elementem zbioru A ponieważ $2 + 3 + 2 = 1 + 1 + 5$.

Wykazać, że suma wszystkich liczb ze zbioru A jest podzielna przez 1001.

2. Liczby a i b są takie, że równanie $x^2 + ax + b = 0$ ma dwa niezerowe pierwiastki będące liczbami całkowitymi. Rozstrzygnąć czy $a^2 + (b - 1)^2$ może być liczbą pierwszą?

3. Na bokach trójkąta ABC obrano kolejno punkty A_1 , B_1 i C_1 w ten sposób, że $A_1 \in \overline{BC}$, $B_1 \in \overline{AC}$ i $C_1 \in \overline{AB}$. Wykazać, że okręgi opisane na trójkątach AC_1B_1 , BA_1C_1 i CB_1A_1 mają punkt wspólny.

4. W pola kwadratowej tablicy 10×10 wpisano różne liczby naturalne. Wykazać, że w pewne dwa sąsiednie pola (tzn. pola mające wspólny bok) wpisano liczby różniące się co najmniej o 6.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://www.ptm.pb.bialystok.pl> w dniu 30 maja 2006r.